

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, cu $a_2 = 14$ și $a_3 = 18$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. Arătați că $(f \circ f)(5) = 9$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} = \sqrt[3]{1 - x}$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2, 1)$. Determinați coordonatele punctului B pentru care $\overline{AB} = 2\overline{OA}$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 12$ și $AB = \frac{BC}{2}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $18\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(B(1)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $B(x) \cdot B(y) - B(x+y) = xyA$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $B(x) \cdot B(x+1) - B(2x) \cdot B(1) = xA$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + X + 2 - a$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 4$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Pentru $a = 2$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $(x_1 - x_1^2)(x_2 - x_2^2)(x_3 - x_3^2) = 4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 2e^{2x}(x^2 + x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$.
- 5p** c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + 6x^2 + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 6x^2) dx = \frac{12}{5}$.

5p b) Arătați că $\int_1^6 \frac{x^3}{f(x)-1} dx = \frac{\ln 6}{2}$.

5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} \int_0^x (f(2t) - f(t)) dt \right) = 6$.