

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)-3\sqrt{2}+2=4$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x)=2x+3$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{4x-3}=2^{2-x}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, numărul $2n+1$ să aparțină mulțimii A .
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$. Calculați aria triunghiului AOB .
- 5p 6. Arătați că $(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 60^\circ - \sin 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy - 2(x + y - 1)$.

- 5p 1. Arătați că $1 \circ 2 = 2$.
- 5p 2. Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p 3. Determinați numărul real x pentru care $(x \circ 2) + (x \circ 3) = 5$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale n pentru care $(3n+1) \circ 1 < 7$.
- 5p 5. Demonstrați că $x \circ y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(y - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 6. Arătați că $\frac{1}{2} \circ \frac{2}{3} \circ \frac{3}{4} \circ \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p 2. Demonstrați că $I_2 + A(a-1) = A(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = a$.
- 5p 4. Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 5. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot A(1) = A(2)$.
- 5p 6. Demonstrați că $\det(A(a) + I_2) \geq 0$, pentru orice număr real a .