

**Examenul național de bacalaureat 2024**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianta 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $2 - 5i + i(5 - 3i) = 5$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x + m$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$  pentru care  $f(2) = 15$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $7^{2x+1} = 7^x \cdot 7^2$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cel puțin una dintre cifre egală cu 1.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,5)$  și  $B(4,2)$ . Determinați distanța dintre punctul  $A$  și mijlocul segmentului  $OB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 5$  și  $BC = 5\sqrt{5}$ . Arătați că  $\sin C = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & x-3 \\ 3-x & x-4 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 1$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $B(4) \cdot B(4) + I_2 = aB(4)$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (x + y)(4 - x - y)$ .
- 5p** a) Arătați că  $0 * 3 = 3$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * 1 = 0$ .
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $n$  pentru care numărul  $N = (n + 5) * (n - 5)$  este natural.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x - 2 \ln(x + 1)$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x + 1}$ ,  $x \in (-1, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că  $x^2 - x \geq 2 \ln \frac{x + 1}{2}$ , pentru orice  $x \in (-1, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 3x + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^3 (f(x) - 3x) dx = 12$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_0^1 \frac{1}{(f(x) - x^2)^2} dx = \frac{1}{4}$ .
- 5p** c) Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x) - x^2 - 1}{e^x}$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$  este egală cu  $3 \left(1 - \frac{2}{e}\right)$ .