

**Examenul național de bacalaureat 2024**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(0,3+0,4) \cdot 10 + 2 \cdot 0,5 = 8$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ . Arătați că  $f(1) + f(2) = 4$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(2x+1) = \log_5 5$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $A = \{11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$ , acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,1)$ ,  $B(m,2)$  și  $C(5,3)$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $B$  este mijlocul segmentului  $AC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 20$  și  $AC = 16$ . Arătați că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu 48.

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(x) = \begin{pmatrix} 2x+1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = 2$ .
- 5p** b) Arătați că  $A(1) + A(5) = 2A(3)$ .
- 5p** c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $X \cdot A(1) = A(3)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + mX^2 + 2X - 5$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $f(0) = -5$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $m$ , știind că 1 este rădăcină a polinomului  $f$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural  $m$  pentru care  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$ , unde  $x_1$ ,  $x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x+1)$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx = e - 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = e$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 1$ , pentru care  $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2+1} dx = e(e^3 - 1)$ .