

**Examenul național de bacalaureat 2025**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M* *mate-info***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Model

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$i \cdot z_1 + z_2 = 4i + i^2 + 2 - 4i =$ $= -1 + 2 = 1$	3p 2p
2.	$f(a) = 5$ , de unde obținem $a^2 - 3a = 0$ $a = 0$ sau $a = 3$	3p 2p
3.	$\log_6(7x - 5) = \log_6(x^2 + x)$ , deci $7x - 5 = x^2 + x$ , de unde obținem $x^2 - 6x + 5 = 0$ $x = 1$ , care nu convine, sau $x = 5$ , care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele 27, 45, 63, 81 și 99 sunt multiplii impari de 9, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$	2p 3p
5.	$m_{OB} = 2$ $m_{AC} = \frac{a}{3}$ și, cum $m_{OB} = m_{AC}$ , obținem $a = 6$	2p 3p
6.	$\sin B = \frac{3}{5}$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} = 18$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 \cdot 0 + (-1) \cdot (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 0 - 1 \cdot 0 \cdot 0 - 0 \cdot (-1) \cdot 0 - 0 \cdot (-1) \cdot 0 =$ $= 0 + 1 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	3p 2p
b)	$B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} -x & 0 & 1 \\ -1 & -x & 0 \\ 0 & -1 & -x \end{pmatrix}$ , $A - B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix} =$ $= x \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = xI_3$ , pentru orice număr real $x$	3p 2p
c)	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , $C(x) = A^{-1} \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -x \\ x & 0 & -1 \\ 1 & x & 0 \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real $x$ $C(x) - C(y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -x + y \\ x - y & 0 & 0 \\ 0 & x - y & 0 \end{pmatrix} = (y - x)A$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	3p 2p

<b>2.a)</b>	$1 * 3 = 1^2 \cdot 3 + 1 \cdot 3^2 + 1 + 3 =$ $= 3 + 9 + 4 = 16$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * \frac{2}{x} = \frac{3x^2 + 6}{x}$ , pentru orice număr real nenul $x$ $\frac{3x^2 + 6}{x} = 9x$ , de unde obținem $x = -1$ sau $x = 1$ , care convin	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$m * n = (m + n)(mn + 1)$ , pentru orice numere întregi $m$ și $n$ $(m + n)(mn + 1) = 1$ și, cum $m$ și $n$ sunt numere întregi, cu $m \leq n$ , obținem perechile $(0, 1)$ și $(-2, 1)$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^3 - 3x^2 \ln x}{x^6} =$ $= \frac{x^2 - 3x^2 \ln x}{x^6} = \frac{1 - 3 \ln x}{x^4}$ , $x \in (0, +\infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{3x^2} = 0$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{e}$ ; pentru orice $x \in (0, \sqrt[3]{e}]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $(0, \sqrt[3]{e}]$ și, pentru orice $x \in [\sqrt[3]{e}, +\infty)$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $[\sqrt[3]{e}, +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ , $f(\sqrt[3]{e}) = \frac{1}{3e}$ și $f$ este continuă, deci mulțimea numerelor reale $m$ pentru care ecuația $f(x) = m$ are cel puțin o soluție este $(-\infty, \frac{1}{3e}]$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^4 (f(x) - e^x) dx = \int_1^4 (x^2 - 1) dx = \left( \frac{x^3}{3} - x \right) \Big _1^4 =$ $= \frac{64}{3} - 4 - \left( \frac{1}{3} - 1 \right) = 18$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^2 \frac{e^x}{f(x) - x^2} dx = \int_1^2 \frac{e^x}{e^x - 1} dx = \int_1^2 \frac{(e^x - 1)'}{e^x - 1} dx = \ln(e^x - 1) \Big _1^2 =$ $= \ln(e^2 - 1) - \ln(e - 1) = \ln(e + 1)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_0^1 \frac{x}{f(x) + 1} dx = \int_0^1 \frac{x}{e^x + x^2} dx$ și, cum $e^x + x^2 \geq e^x$ , pentru orice $x \in [0, 1]$ , obținem relația $\int_0^1 \frac{x}{f(x) + 1} dx \leq \int_0^1 x e^{-x} dx$ $\int_0^1 x e^{-x} dx = \int_0^1 x (-e^{-x})' dx = -e^{-x} (x + 1) \Big _0^1 = 1 - \frac{2}{e}$ , deci $\int_0^1 \frac{x}{f(x) + 1} dx \leq 1 - \frac{2}{e}$	<b>3p</b> <b>2p</b>