

**Examenul național de bacalaureat 2025**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_șt-nat***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei este $r = a_4 - a_3 = 6$ $a_1 = a_3 - 2r = 7$	3p 2p
2.	$f(2) = 4 + a$ $4 + a = 8$ , de unde obținem $a = 4$	2p 3p
3.	$5^{2-x} - 5^{-4} \cdot 5^{2x} = 0$ , deci $5^{2-x} = 5^{2x-4}$ , de unde obținem $2 - x = 2x - 4$ $x = 2$	3p 2p
4.	$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!}$ $= 15$	3p 2p
5.	$D(1,1)$ și $E(5,1)$ $DE = 4$	2p 3p
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC}$ , deci $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{BC}$ , de unde obținem $BC = 4\sqrt{3}$ $R = \frac{BC}{2}$ , unde $R$ este raza cercului circumscris triunghiului $ABC$ , deci $R = 2\sqrt{3}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0 \cdot 4 - (-1) \cdot 2 =$ $= 0 + 2 = 2$	3p 2p
b)	$M(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ , $M(2) \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2M(1)$ $2M(1) = xM(1)$ , de unde obținem $x = 2$	3p 2p
c)	$M(a) - 2I_2 = \begin{pmatrix} a-2 & 1 \\ 2-2a & -a \end{pmatrix}$ , $(M(a) - 2I_2) \cdot M(a) = \begin{pmatrix} a^2 - 4a + 2 & 0 \\ 0 & a^2 - 4a + 2 \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real $a$ $\begin{pmatrix} a^2 - 4a + 2 & 0 \\ 0 & a^2 - 4a + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 & 0 \\ 0 & a+2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $a = 0$ sau $a = 5$	3p 2p
2.a)	$9 \circ 8 = (9-6)(8-6) + 6 =$ $= 6 + 6 = 12$	3p 2p
b)	$x \circ 7 = (x-6)(7-6) + 6 = x - 6 + 6 = x$ , pentru orice număr real $x$ $7 \circ x = (7-6)(x-6) + 6 = x - 6 + 6 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = 7$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”	2p 3p

<b>c)</b>	$x \circ \frac{6}{x} = \frac{6(x-6)(1-x)}{x} + 6$ , pentru orice număr real nenul $x$	<b>2p</b>
	$\frac{6(x-6)(1-x)}{x} + 6 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ , de unde obținem $x = 1$ sau $x = 3$ , care convin	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2x\sqrt{x} + (x^2 - 5) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{5x^2 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{5(x-1)(x+1)}{2\sqrt{x}}$ , $x \in (0, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5(x-1)(x+1)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{2x^2} =$	<b>3p</b>
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{2} = \frac{5}{2}$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ ; pentru orice $x \in (0, 1]$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $(0, 1]$ și, pentru orice $x \in [1, +\infty)$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$	<b>2p</b>
	$x \in (0, 2] \Rightarrow x+2 \in (2, 4]$ , deci $f(x) \geq f(1)$ și $f(x+2) \leq f(4)$ și, cum $f(1) = -4$ și $f(4) = 22$ , obținem $f(x+2) - f(x) \leq 26$ , pentru orice $x \in (0, 2]$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 (f(x) - 4 \ln x) dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^e \frac{f(x) - x^2}{x} dx = \int_1^e \frac{4 \ln x}{x} dx = 4 \int_1^e \ln x (\ln x)' dx = 2 \ln^2 x \Big _1^e =$	<b>3p</b>
	$= 2 \ln^2 e - 2 \ln^2 1 = 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^2 (f(x)f''(x) + (f'(x))^2) dx = \int_1^2 (f(x)f'(x))' dx = (f(x)f'(x)) \Big _1^2 = f(2)f'(2) - f(1)f'(1)$	<b>3p</b>
	$f'(x) = 2x + \frac{4}{x}$ , $x \in (0, +\infty)$ ; $f'(1) = f'(2) = 6$ , deci $6(f(2) - f(1)) = m(f(2) - f(1))$ și, cum $f(1) \neq f(2)$ , obținem $m = 6$	<b>2p</b>