

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 = 19$ și $a_4 = 25$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că $f(2) = 8$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2-x} - \frac{1}{625} \cdot 25^x = 0$.
- 5p 4. Determinați câte submulțimi cu două elemente are mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați lungimea segmentului DE , unde punctele D și E sunt mijloacele segmentelor OA , respectiv BC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 6$ și $B = \frac{\pi}{6}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2-2a & 2-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $M(2) \cdot A = xM(1)$.
- 5p c) Determinați numerele reale a pentru care $(M(a) - 2I_2) \cdot M(a) = (a+2)I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = (x-6)(y-6) + 6$.
- 5p a) Arătați că $9 \circ 8 = 12$.
- 5p b) Arătați că $e = 7$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p c) Determinați numerele reale nenule x pentru care $x \circ \frac{6}{x} = 6x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 5)\sqrt{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{5(x-1)(x+1)}{2\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$.
- 5p c) Arătați că $f(x+2) - f(x) \leq 26$, pentru orice $x \in (0, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4 \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 4 \ln x) dx = \frac{7}{3}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x) - x^2}{x} dx = 2$.
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care $\int_1^2 (f(x)f''(x) + (f'(x))^2) dx = m(f(2) - f(1))$.