Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $2i(6-i)+3(1-4i)=5$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+5$. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ f)(a)=2a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+4x-4}=x\sqrt{2}$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul 2^n să fie divizibil cu 16.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(2,4)$. Arătați că triunghiul OAB este dreptunghic în A.

5p **6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin x+2\cos 2x+2\sin^2\dfrac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+1 & -x \\ -2x & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=4$.

5p **b)** Arătați că $A(-1)\cdot A(x)=A(-2x-1)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $A(-1)\cdot(A(m)+A(n))=2A(-4)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x\cdot 3^y+y\cdot 3^x$.

5p **a)** Arătați că $1\circ 2=15$.

5p **b)** Arătați că $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numărul real nenul x pentru care $x\circ(3x)=(2x)\circ(2x)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2+3x+3}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{e^x\left(x^2+x\right)}{\left(x^2+3x+3\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)-f(y)\le\dfrac{3-e}{3e}$, pentru orice numere reale x și y, cu $x\le 0\le y$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+1+3x\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int\limits_1^2\left(f(x)-3x\ln x\right)dx=7$.

5p	**b)** Arătați că $\int_{1}^{e} \frac{f(x)-4x-1}{x} dx = 3$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_{2}^{4} \frac{f(x)-1}{x^2 \ln x} dx = a \ln 2$.