

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$r = a_2 - a_1 = 7$ , unde $r$ este rația progresiei aritmetice $a_3 = 10 + 7 = 17$	3p 2p
2.	$g(2) = 4$ , $f(a) = 3a - 4$ , pentru orice număr real $a$ $3a - 4 = a + 4$ , de unde obținem $a = 4$	3p 2p
3.	$10x - 1 = 3^2$ , deci $10x - 1 = 9$ $x = 1$ , care convine	3p 2p
4.	$x - \frac{45}{100} \cdot x = 110$ , unde $x$ este prețul produsului înainte de ieftinire $x = 200$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 5$ $M(4,1)$ , deci $AM = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ , de unde obținem $AB = AM$	2p 3p
6.	$BC = 10$ $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7 - 2 \cdot 6 =$ $= 14 - 12 = 2$	3p 2p
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ , $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 6 & 28 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 18 \\ 6 & 30 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $xA(1) = 6A(1)$ , de unde obținem $x = 6$	3p 2p
c)	Cum $\det(A(2)) \neq 0$ , $X = (A(2))^{-1} \cdot A(0) \cdot (A(2))^{-1}$ ; $A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $(A(2))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $X = \begin{pmatrix} 9 & -9 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.a)	$0 * 2 = 0 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 2 + 6 =$ $= 0 - 0 - 4 + 6 = 2$	3p 2p
b)	$x * (2x) = 2x^2 - 6x + 6$ , pentru orice număr real $x$ $2x^2 - 6x + 6 = 6$ , deci $2x^2 - 6x = 0$ , de unde obținem $x = 0$ sau $x = 3$	2p 3p
c)	$x * 4 = 4 * x = 3$ , de unde obținem $4x - 2x - 8 + 6 = 3$ $x = \frac{5}{2}$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 4x - \frac{1}{x} =$ $= \frac{4x^2 - 1}{x} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}, x \in (0, +\infty)$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + \ln x}{3x-3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{3x-3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(x+1)}{3(x-1)} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x+1)}{3} = \frac{4}{3}$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	<p><math>f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}</math>; pentru orice <math>x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]</math>, <math>f'(x) \leq 0</math>, deci <math>f</math> este descrescătoare pe <math>\left(0, \frac{1}{2}\right]</math></p> <p>și, pentru orice <math>x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)</math>, <math>f'(x) \geq 0</math>, deci <math>f</math> este crescătoare pe <math>\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)</math></p> <p><math>f(x) \geq f\left(\frac{1}{2}\right)</math>, pentru orice <math>x \in (0, +\infty)</math> și, cum <math>f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2} - \ln \frac{1}{2}</math>, obținem <math>\frac{4x^2 - 1}{2} \geq \ln(2x)</math>,</p> <p>pentru orice <math>x \in (0, +\infty)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = \int_0^1 (e^x + 2) dx = (e^x + 2x) \Big _0^1 =$ $= e + 2 - 1 = e + 1$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	$\int_0^3 \frac{1}{f(x) - e^x} dx = \int_0^3 \frac{1}{2x+2} dx = \frac{1}{2} \int_0^3 \frac{1}{x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(x+1) \Big _0^3 =$ $= \frac{\ln 4}{2} - \frac{\ln 1}{2} = \ln 2$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	$\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = \int_0^1 (1 + (2x+2)e^{-x}) dx = x \Big _0^1 + \int_0^1 (2x+2)(-e^{-x})' dx =$ $= 1 - (2x+4)e^{-x} \Big _0^1 = 5 - \frac{6}{e}, \text{ deci } 5 + \frac{a}{e} = 5 - \frac{6}{e}, \text{ de unde obținem } a = -6$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>