

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 1 - i$ și $z_2 = 2 + i$. Arătați că $2z_1 + iz_2 = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Determinați numărul real a pentru care $(f \circ f)(a) = 9$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = x$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizor al numărului 2^6 .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(5,0)$, $C(6,3)$ și $D(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că segmentele AC și BD au același mijloc.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 2$ și $\operatorname{tg} B = 3$. Arătați că $BC = 2\sqrt{10}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2-3x & 0 & x \\ 0 & 2 & 0 \\ -9x & 0 & 2+3x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 8$.
- 5p** b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = 2A(x+y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $(A(x) + A(3x)) \cdot A(2x) = 4A(x^2)$.
2. Se consideră polinomul $f = aX^3 + 3X^2 - aX - 6$, unde a este număr real nenul.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = -3$, pentru orice număr real nenul a .
- 5p** b) Pentru $a = 1$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 + 3X - 1$.
- 5p** c) Determinați numărul real nenul a pentru care $(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) = 1$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln \frac{x}{x+2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x+1)^2}{x(x+2)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 f(x)(x+1)^3 dx = 9$.

- | | |
|-----------|--|
| 5p | b) Arătați că $\int_0^1 \sqrt{f(x)(x+1)} dx = 1 - \ln 2$. |
| 5p | c) Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(e^x)}{e^x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 1$ este egală cu $\frac{e-1}{2(e+1)}$. |