Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r=a_2-a_1=11$, unde r este rația progresiei	**3p**
	$a_3=a_2+r=26$	**2p**
2.	$f(2)=4$, $f(a)=3a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$3a-2+4=2a$, de unde obținem $a=-2$	**3p**
3.	$x^2-3x+2=2+x$, de unde obținem $x^2-4x=0$	**2p**
	$x=0$ sau $x=4$, care convin	**3p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 5 moduri, deci se pot forma $2\cdot 5=10$ numere	**3p**
5.	$C(4,2)$	**2p**
	$AO=5$, $AC=5$, deci $AO=AC$	**3p**
6.	$\cos B=\dfrac{AB}{BC}$, deci $\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{BC}$	**3p**
	$BC=\dfrac{3\cdot 4}{2}=6$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}-2 & 8\\ -1 & 3\end{vmatrix}=(-2)\cdot 3-8\cdot(-1)=$	**3p**
	$=-6+8=2$	**2p**
b)	$I_2-A=\begin{pmatrix}3 & -8\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & -4\\ \frac{1}{2} & -1\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot B=B\cdot A=I_2$, deci matricea B este inversa matricei A	**2p**
c)	Cum $A-I_2=-2A^{-1}$, obținem $-2A^{-1}\cdot X=2A$, deci $X=-A\cdot A$	**3p**
	$X=\begin{pmatrix}4 & -8\\ 1 & -1\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$1*4=1+4-\sqrt{1\cdot 4}=$	**3p**
	$=5-2=3$	**2p**
b)	$x*(9x)=x+9x-\sqrt{9x^2}=7x$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$7x=x^2$, de unde obținem $x=0$ sau $x=7$, care convin	**3p**
c)	$2^x*2^{x+2}=2^x+2^{x+2}-2^{x+1}=2^x\cdot 3$, pentru orice număr real x	**3p**
	$2^x\cdot 3=6^x$, deci $3^x=3$, de unde obținem $x=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{\frac{1}{\sqrt{x}}\left(x^2+x+2\right)-2\sqrt{x}(2x+1)}{\left(x^2+x+2\right)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{x^2+x+2-4x^2-2x}{\left(x^2+x+2\right)^2\sqrt{x}}=\dfrac{-3x^2-x+2}{\left(x^2+x+2\right)^2\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt{x}}{x^2+x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este paralelă cu axa $Ox\Leftrightarrow f'(a)=0$, $a\in(0,+\infty)$	**3p**
	$\dfrac{-3a^2-a+2}{\left(a^2+a+2\right)^2\sqrt{a}}=0$, de unde obținem $a=-1$, care nu convine, sau $a=\dfrac{2}{3}$, care convine	**2p**
2.a)	$\int\limits_0^2\left(f(x)-3x-3\right)dx=\int\limits_0^2 x^3dx=\left.\dfrac{x^4}{4}\right\|_0^2=$	**3p**
	$=4-0=4$	**2p**
b)	$\int\limits_0^1\dfrac{1}{\left(f(x)-x^3\right)^2}dx=\dfrac{1}{3}\int\limits_0^1\dfrac{(3x+3)'}{(3x+3)^2}dx=-\left.\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{3x+3}\right\|_0^1=$	**3p**
	$=-\dfrac{1}{18}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{18}$	**2p**
c)	$\int\limits_1^e\dfrac{f(x)-3}{x^2}\cdot\ln x\,dx=\int\limits_1^e\left(\dfrac{x^2}{2}\right)'\cdot\ln x\,dx+\int\limits_1^e\dfrac{3\ln x}{x}dx=\left.\left(\dfrac{x^2}{2}\cdot\ln x-\dfrac{x^2}{4}\right)\right\|_1^e+\left.\dfrac{3\ln^2x}{2}\right\|_1^e=\dfrac{e^2+7}{4}$	**3p**
	$\dfrac{e^2+m}{4}=\dfrac{e^2+7}{4}$, de unde obținem $m=7$	**2p**