

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{1}{10} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(2) = a + f(0)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x} = 5^{3-x}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $6n > 25$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 0)$, $B(2, 1)$ și $C(6, 4)$. Determinați numărul real a pentru care $BC = a \cdot AB$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul MNP , dreptunghic în M , cu $MN = 4 \cdot MP$ și $MN = 8$. Arătați că aria triunghiului MNP este egală cu 8.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $3A - 5I_2 = xB$.
- 5p** c) Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $\det(A \cdot (B - A) + xI_2) \leq 2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + X + m$, unde m este număr real.
- 5p** a) Pentru $m = 1$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real m pentru care $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 + x_1x_2x_3$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 2$ este -5 , arătați că f este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{e^x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{3-x}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $-e^{x-1} \leq x - 2 \leq e^{x-3}$, pentru orice $x \in [1, 4]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + 8$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 8) dx = 2$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^8 \frac{x}{f(x) - 4x} dx = \ln 3$.

5p	c) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care $\int_0^a \frac{1}{f(x)-4} dx = \frac{1}{4}$.
-----------	--