

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul real x pentru care numerele x , 8 și $2x+1$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x+1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x+4$. Determinați numărul real a pentru care $(f \circ g)(a) = -a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_5 x = \log_5(4x+5)$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte, cu cifra zecilor impară, se pot forma cu cifre din mulțimea A .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(3,4)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $A = \frac{\pi}{2}$, $C = \frac{\pi}{3}$ și $AE = 2$, unde E este punctul în care bisectoarea unghiului C intersectează latura AB . Arătați că distanța de la punctul B la dreapta CE este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1-a \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax - 2z = 4 \\ x + y + (1-a)z = 3 \\ 2x + y - 2z = 5 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = 2$.
- 5p** b) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p** c) Pentru $a = 2$, arătați că $x_0 z_0 + y_0 \geq 0$, pentru orice soluție (x_0, y_0, z_0) a sistemului de ecuații, cu x_0 , y_0 și z_0 numere reale.
2. Pe mulțimea $M = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy-1}{(x-1)(y-1)}$.
- 5p** a) Arătați că $3 * 5 = \frac{7}{4}$.
- 5p** b) Determinați $x \in M$ pentru care $x * x = 3$.
- 5p** c) Demonstrați că $(x * 2) * x > 2$, pentru orice $x \in M$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln^2 x - x \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(2-x)\ln x}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox .
- 5p** c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are soluție unică.

	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2 + \sqrt{x^2 + 4}$.
5p	a) Arătați că $\int_0^3 \left(f(x) - \sqrt{x^2 + 4} \right) dx = 3$.
5p	b) Arătați că $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{f(x) - x^2 + 2} dx = 1$.
5p	c) Demonstrați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x F(t) dt = 0$, unde $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0) = 0$.