

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $2\sqrt{2}(3+\sqrt{2})+3(1-2\sqrt{2})=7$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 10$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(2a) = f(a) - 3$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{4x^2 - 6x + 5} = x\sqrt{3}$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor cel mult egală cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,3)$ ,  $B(1,5)$  și  $C(6,0)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic în  $A$ .
- 5p 6. Se consideră expresia  $E(x) = \cos x \cdot \sin 3x - \sin 2x$ , unde  $x$  este număr real. Arătați că  $E\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(x) = \begin{pmatrix} 2x+1 & 0 \\ 4x & x+1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 6$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A(-2) \cdot A(1) - 4I_2 = A(x)$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\det\left(A(x) + A\left(\frac{1}{x}\right) - 2I_2\right) \geq 8$ , pentru orice număr real nenul  $x$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = x^2 - xy - x + 2y + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $1 \circ 1 = 2$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x \circ (2x) = 1$ .
- 5p c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale pentru care  $m \circ n = m$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{2x\sqrt{x}}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} \cdot f'(x)}{5x - 5} = \frac{1}{2}$ .
- 5p c) Determinați imaginea funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + x)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = \frac{5}{6}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = e(2e - 1)$ .

**5p** | c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_2^4 \frac{xf(x)}{f(x-1)} dx = ae(5 + \ln 3)$ .