

**EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**  
**14 iulie 2026**

**Probă scrisă**  
**MATEMATICĂ**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(60 de puncte)**

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. | a) $\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = a_2$ , deci $a_1 = 2a_2 - a_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 3p             |
|    | $\frac{(2a_2 - a_3) + a_2 + a_3 + a_4}{4} = \frac{3a_2 - (2a_2 - a_3)}{2}$ , deci $3a_2 + a_4 = 2a_2 + 2a_3$ , de unde obținem<br>$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 4p             |
|    | b) $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n \cdot \frac{(n-1)a_2 - (n-3)a_1}{2} = n \cdot \frac{(n-1)(a_2 - a_1) + 2a_1}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \cdot r + na_1$ ,<br>pentru orice $n \geq 1$ , unde $r = a_2 - a_1$<br>Pentru $n \geq 2$ , avem $a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \cdot r + (n-1)a_1$ , de unde obținem<br>$\left( \frac{n(n-1)}{2} \cdot r + na_1 \right) - a_n = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \cdot r + (n-1)a_1$ , deci $a_n = a_1 + (n-1)r$ , pentru orice $n \geq 2$<br>Cum $a_1 = a_1 + (1-1)r$ , rezultă că $a_n = a_1 + (n-1)r$ , pentru orice număr natural nenul $n$ , deci șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică | 3p<br>3p<br>2p |
| 2. | a) $AFDE$ este paralelogram și, cum $AD$ este bisectoarea unghiului $EAF$ , rezultă că $AFDE$ este romb                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 3p             |
|    | Din teorema lui Menelaus obținem $\frac{MB}{MC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$ și, cum $FA = EA$ , rezultă că $\frac{BM}{BF} = \frac{CM}{CE}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 4p             |
|    | b) $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ și, cum $\frac{DB}{DC} = \frac{FB}{FA}$ , rezultă că $\frac{AB}{AC} = \frac{FB}{FA}$<br>Obținem $\frac{AB + AC}{AC} = \frac{FB + FA}{FA} \Leftrightarrow \frac{AB + AC}{AC} = \frac{AB}{FA} \Leftrightarrow \frac{1}{FA} = \frac{AB + AC}{AB \cdot AC}$ , deci $\frac{1}{FA} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$<br>$\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{AD} \Rightarrow AD = FA$ , deci $\triangle AFD$ este echilateral, de unde obținem $\angle BAC = 120^\circ$                                                                                                                                                    | 3p<br>3p<br>2p |
| 3. | a) $\begin{vmatrix} a & 2 & 6 \\ 1 & 2a & 6 \\ 1 & 2 & 6a \end{vmatrix} = 12(a-1)^2(a+2)$ , pentru orice număr real $a$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 3p             |
|    | Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă $12(a-1)^2(a+2) \neq 0$ , de unde obținem $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 4p             |
|    | b) Pentru $a = -2$ , sistemul este compatibil dacă și numai dacă $b = -3$<br>Soluțiile sistemului sunt de forma $(x_0, y_0, z_0) = (6\lambda - 3, 3\lambda, \lambda)$ , unde $\lambda \in \mathbb{R}$<br>$3\lambda^3 = 2 \cdot 3\lambda - 6\lambda + 3$ și, cum $\lambda \in \mathbb{R}$ , obținem $\lambda = 1$ , deci $(x_0, y_0, z_0) = (3, 3, 1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 3p<br>2p<br>3p |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                             |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>4.</b> | <b>a)</b> $f'(x) = \frac{2 \ln x}{x(1 + \ln^2 x)^2}$ , $x \in (0, +\infty)$ ; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>3p</b>                                                                                                   |
|           | Pentru $x \in (0, 1]$ , $f'(x) \leq 0$ , deci funcția $f$ este descrescătoare pe $(0, 1]$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>2p</b>                                                                                                   |
|           | Pentru $x \in [1, +\infty)$ , $f'(x) \geq 0$ , deci funcția $f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>2p</b>                                                                                                   |
|           | <b>b)</b> $\mathcal{A} = \int_e^{e^{\sqrt{3}}}  g(x)  dx = \int_e^{e^{\sqrt{3}}} \frac{\ln^2 x}{x(1 + \ln^2 x)} dx =$<br>$= \int_e^{e^{\sqrt{3}}} \frac{\ln^2 x}{1 + \ln^2 x} \cdot (\ln x)' dx = \int_e^{e^{\sqrt{3}}} \left(1 - \frac{1}{1 + \ln^2 x}\right) \cdot (\ln x)' dx = (\ln x - \arctg(\ln x)) \Big _e^{e^{\sqrt{3}}} =$<br>$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} - 1 + \frac{\pi}{4} = \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{12} \Rightarrow a - 1 + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{12}$ , de unde obținem $a = -\frac{\pi}{12}$ | <b>2p</b><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><b>3p</b><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><b>3p</b> |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| <i>Itemul de tip completare elaborat:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>            | <b>1p</b><br><b>1p</b><br><b>2p</b><br><b>3p</b><br><b>3p</b> |
| <i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>      | <b>1p</b><br><b>1p</b><br><b>2p</b><br><b>3p</b><br><b>3p</b> |
| <i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul> | <b>1p</b><br><b>1p</b><br><b>2p</b><br><b>3p</b><br><b>3p</b> |