

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
14 iulie 2026

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1. Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, cu $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ și $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{(n-1)a_2 - (n-3)a_1}{2}$, pentru orice număr natural nenul n .
- 7p a) Arătați că $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$.
- 8p b) Demonstrați că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică.
2. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB < AC$. Bisectoarea unghiului BAC intersectează latura BC în punctul D . Paralela dusă prin punctul D la dreapta AB intersectează latura AC în punctul E , iar paralela dusă prin punctul D la dreapta AC intersectează latura AB în punctul F .
- 7p a) Arătați că $\frac{BM}{BF} = \frac{CM}{CE}$, unde M este punctul de intersecție a dreptelor EF și BC .
- 8p b) Știind că $\frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$, demonstrați că măsura unghiului BAC este egală cu 120° .
3. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} ax + 2y + 6z = 6 \\ x + 2ay + 6z = b \\ x + 2y + 6az = -3 \end{cases}$$
, unde a și b sunt numere reale.
- 7p a) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care sistemul are soluție unică.
- 8p b) Știind că $a = -2$ și că sistemul este compatibil, determinați soluția $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ a sistemului, pentru care are loc relația $3z_0^3 = 2y_0 - x_0 + b + 3$.
4. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln^2 x}{1 + \ln^2 x}$.
- 7p a) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 8p b) Determinați numărul real a pentru care aria suprafeței plane determinate de graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = e$ și $x = e^{\sqrt{3}}$ este egală cu $a - 1 + \sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VI-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a
1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate - Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit) - Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului - Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi

2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor - Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor - Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi - Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural - Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi
3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi - Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice - Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice) - Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)
4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi - Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere) - Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată - Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor) - Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi - Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia ($x = a$, $x < a$, $x \leq a$, unde a și x sunt numere întregi)
5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi - Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi - Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi - Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule
6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului - Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații - Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat - Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere.	3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTEGRI • Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi • Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi • Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți • Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului • Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri • Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor • Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Pentru o evaluare la finalul unității de învățare „**Mulțimea numerelor întregi**”, folosind informațiile din secvența precedentă, elaborați trei itemi: un *item de tip completare*, un *item de tip alegere multiplă* și un *item de tip rezolvare de probleme*.

În elaborarea itemilor veți avea în vedere următoarele aspecte:

- menționarea competenței specifice evaluate;

- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat;
- respectarea formatului fiecărui tip de item elaborat;
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare);
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.