Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $(4,9-3,4):3+2,5=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-21$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(-3a,a)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7\left(1+2x-x^2\right)=\log_7(3-x)$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu impar de 11.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(2,0)$ și $C(4,2)$. Arătați că triunghiul ADC este isoscel, unde punctul D este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $\mathrm{tg}B=\frac{1}{3}$ și aria egală cu 24. Arătați că $AC=4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2a+2&-a\\a-3&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $A(0)\cdot\left(6I_2-A(2)-A(-2)\right)=xI_2$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1)\cdot X\cdot A(1)=4I_2$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-aX+2+a$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)=3$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $g=X+2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $x_1^3+x_2^3+x_3^3=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(2x^2-3x\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x(2x+3)(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-x}{f(x)+x}=2$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=a$, situat pe graficul funcției f, are panta egală cu 0.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(2x^2+4x\right)\sqrt{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3\frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}dx=36$.

5p **b)** Arătați că $\int_3^8\frac{x^2+2x}{f(x)}dx=1$.

5p **c)** Se consideră funcția $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{4\sqrt{x+1}}{f(x)}$. Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției g, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=4$.