

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2026

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Varianta 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră expresia $E(x, y) = x^{\log_y 2} \cdot y^{\log_x 2}$, unde $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$.
- 5p a) Arătați că $E\left(2, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$.
- 5p b) Demonstrați că $E(x^n, y^n) = E(x, y)$, pentru orice $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ și orice număr natural nenul n .
- 5p c) Demonstrați că $E(x, y) \geq 4$, pentru orice $x, y \in (1, +\infty)$.
2. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC , cu $\angle BAC > 45^\circ$ și $AC > BC$, iar punctul D este proiecția punctului B pe dreapta AC . Mediatoarea segmentului AB intersectează dreptele BD , AC și paralela prin punctul C la dreapta AB în punctele M , N , respectiv P , iar E este punctul de intersecție a dreptelor AM și BN .
- 5p a) Demonstrați că dreptele AE și BN sunt perpendiculare.
- 5p b) Demonstrați că dreptele DE și AB sunt paralele.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{CQ}{DE} - \frac{QS}{AB} = 1$, unde Q și S sunt punctele de intersecție a dreptei CP cu dreptele AM , respectiv BN .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră polinomul $f = X^4 + X^3 + (m+1)X^2 - X + m$, unde m este număr complex.
- 5p a) Pentru $m = 0$, arătați că polinomul f are o singură rădăcină număr întreg.
- 5p b) Se consideră polinomul $g = X^{26} \cdot f$. Demonstrați că restul împărțirii polinomului g la polinomul $X^2 + 1$ este $2X$, pentru orice număr complex m .
- 5p c) Determinați numărul m pentru care rădăcinile polinomului f au modulele egale.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x^2)e^{\arctg x}$.
- 5p a) Arătați că tangenta la graficul funcției f , în punctul $A(0, f(0))$, are panta egală cu 1.
- 5p b) Demonstrați că $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)} = e$, unde $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{x}$.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_{-1}^0 (2x+1)^n f'(x) dx$. Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VI-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a	
1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate	- Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit) - Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului - Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi
2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor	- Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor - Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi - Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural - Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi
3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi	- Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice - Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice) - Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)
4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi	- Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere) - Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată - Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor) - Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi - Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia ($x = a$, $x < a$, $x \leq a$, unde a și x sunt numere întregi)
5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi	- Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi - Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi - Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule
6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului	- Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații - Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat - Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere	3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI • Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi • Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi

	• Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți • Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului • Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri • Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor • Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi
--	---

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Folosind informațiile din secvența de mai sus, pentru a evalua competențele specifice formate/dezvoltate în cadrul unității de învățare „**Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi**”, elaborați cinci itemi: *un item de completare, un item cu răspuns scurt, un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme.*

Pentru fiecare item propus:

- menționați competența specifică evaluată;
- menționați activitatea de învățare în cadrul căreia ați utiliza acest item;
- respectați formatul tipului de item;
- elaborați răspunsul așteptat (baremul de evaluare);
- respectați corectitudinea științifică a informației de specialitate.