

Examenul național de bacalaureat 2027

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_2 = 9$ și $a_5 = 30$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(-1) \cdot f(a) = a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+2) = 4 \log_4 x$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{2, 4, 6, 7, 8\}$. Determinați câte dintre numerele pare, de două cifre, care se pot forma cu cifre din mulțimea A , sunt mai mari sau egale cu 62.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = x + 1$ și punctul $A(5, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care dreapta OA este perpendiculară pe d .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 12$ și $B = \frac{\pi}{6}$. Punctul M aparține laturii AB astfel încât $AM = AC$. Arătați că aria triunghiului AMC este egală cu 24.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 3-2x & 4x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(B(2)) = 19$.
- 5p** b) Arătați că $(B(x+1) - B(x)) \cdot A = 4I_2$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(3) \cdot X = 2A + B(2) \cdot X$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = (x-7)(y-7) + 7$, cu elementul neutru $e = 8$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 3 = 27$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * (x+8) = 0$.
- 5p** c) Determinați numărul întreg n , $n \neq 7$, știind că $\frac{5n}{3}$ este simetricul lui n în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x + 2\sqrt{x} - 2}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că imaginea funcției f este $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right]$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{9x^2}{(x+1)^2}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 f(x)(x+1)^2 dx = 21$.

- | | |
|-----------|---|
| 5p | b) Arătați că $\int_2^8 \frac{f(x)}{x^2} dx = 2$. |
| 5p | c) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care $\int_0^a x^2 (3f(x) + xf'(x)) dx = a^3$. |