Examenul național de bacalaureat 2027
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_3 = a + ai + 3i - 2i^2 = a + 2 + (a+3)i$	**3p**
	$a+3=0$, deci $a=-3$, de unde obținem $z_3=-1$	**2p**
2.	$f(0)=t$	**3p**
	$t=2^0+3$, deci $t=4$	**2p**
3.	$2x^2-4x+2=x^2+2$, de unde obținem $x^2-4x=0$	**2p**
	$x=0$, care nu convine sau $x=4$, care convine	**3p**
4.	Mulțimea A are 4 submulțimi cu câte un element	**2p**
	Mulțimea A are 6 submulțimi cu câte două elemente, deci sunt $4+6=10$ submulțimi nevide cu cel mult două elemente	**3p**
5.	$\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}=\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$, unde M este mijlocul segmentului BC	**2p**
	$\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$, deci M este mijlocul segmentului GD, de unde obținem că patrulaterul $CGBD$ este paralelogram	**3p**
6.	$BC=2\cdot 2\cdot \sin\frac{2\pi}{3}$, deci $BC=2\sqrt{3}$	**2p**
	Triunghiul BCD este dreptunghic în D, unde punctul D este proiecția lui B pe AC și, cum $C=\frac{\pi}{6}$, obținem $BD=\frac{BC}{2}=\sqrt{3}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(3)=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 11 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(3))=\begin{vmatrix}-2 & 3 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 11 & -2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4+0+0-0-0-0=4$	**3p**
b)	$A(x)\cdot A(y)-A(x)+2A(y)=\begin{pmatrix}4 & x-2y & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 3x-6y-2 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2 & x & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 3x+2 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4 & 2y & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 6y+4 & -4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}=2I_3$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$A(x)\cdot A(x)=2I_3-A(x)$, $A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)=3A(x)-2I_3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3A(x)-2I_3=aA(x)+bI_3$, deci $(3-a)A(x)=(b+2)I_3$, pentru orice număr real x, de unde obținem $a=3$ și $b=-2$	**3p**

2.a)	$3*4=2(3-1)(4-2)+2=$ $=8+2=10$	**3p** **2p**
b)	$a*x=2(a-1)(x-2)+2$, deci $2(a-1)(x-2)+2=x$ $x(2a-3)-4a+6=0$, pentru orice număr real x, de unde obținem $a=\frac{3}{2}$	**2p** **3p**
c)	$n*p=2(n-1)(p-2)+2$, $m*(n*p)=4(m-1)(n-1)(p-2)+2$, pentru orice numere naturale m, n și p $4(m-1)(n-1)(p-2)+2=26$, deci $(m-1)(n-1)(p-2)=6$ și, cum m, n și p sunt numere naturale nenule, cu $m\le n\le p$, obținem tripletele $(2,2,8)$, $(2,3,5)$ și $(2,4,4)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(2x+4)x\sqrt{x}-\left(x^2+4x-1\right)\cdot\frac{3\sqrt{x}}{2}}{x^3}=$ $=\frac{\sqrt{x}\left(x^2-4x+3\right)}{2x^3}=\frac{\sqrt{x}(x-1)(x-3)}{2x^3}$, $x\in(0,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este paralelă cu axa $Ox\Leftrightarrow f'(a)=0$ $\frac{\sqrt{a}(a-1)(a-3)}{2a^3}=0$ și, cum $a\in(0,+\infty)$, obținem $a=1$ sau $a=3$	**3p** **2p**
c)	Pentru orice $x\in(0,1]$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $(0,1]$; pentru orice $x\in[1,3]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $[1,3]$; pentru orice $x\in[3,+\infty)$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[3,+\infty)$ $x\in(0,1]\Rightarrow\frac{1}{4x}\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$ și, cum $f(1)=4$, $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$, $f(3)=\frac{20}{3\sqrt{3}}>\frac{1}{2}$, obținem $f(x)\le 4$ și $f\left(\frac{1}{4x}\right)\ge\frac{1}{2}$, de unde rezultă că $f(x)-4f\left(\frac{1}{4x}\right)\le 2$, pentru orice $x\in(0,1]$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^2\left(f(x)-x\right)dx=\int_0^2\left(x^3+1\right)dx=\left(\frac{x^4}{4}+x\right)\Big\vert_0^2=$ $=4+2=6$	**3p** **2p**
b)	$\int_0^1\left(f(x)-x^3\right)e^{-x}dx=\int_0^1(x+1)\left(-e^{-x}\right)'dx=(x+1)\left(-e^{-x}\right)\Big\vert_0^1-e^{-x}\Big\vert_0^1=$ $=-\frac{2}{e}+1-\frac{1}{e}+1=2-\frac{3}{e}$	**3p** **2p**
c)	$I_n-I_{n+4}=\int_0^1\frac{x^n-x^{n+4}}{x^3+x^2+x+1}dx=\int_0^1\frac{x^n\left(1-x^4\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}dx=$ $=\int_0^1x^n(1-x)dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}\Big\vert_0^1-\frac{x^{n+2}}{n+2}\Big\vert_0^1=\frac{1}{(n+1)(n+2)}$, pentru orice număr natural nenul n	**2p** **3p**